CHỦ ĐỀ 3. PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

❍ Bài 01

ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

I – KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH

1. Phương trình một ẩn

Phương trình ẩn x là mệnh đề chứa biến có dạng

$$f(x) = g(x) \qquad (1)$$

trong đó $f(x)$ và $g(x)$ là những biểu thức của x. Ta gọi $f(x)$ là vế trái, $g(x)$ là vế phải của phương trình (1).

Nếu có số thực x_0 sao cho $f(x_0) = g(x_0)$ là mệnh đề đúng thì x_0 được gọi là một **nghiệm của phương trình** (1).

Giải phương trình (1) là tìm tất cả các nghiệm của nó (nghĩa là tìm tập nghiệm).

Nếu phương trình không có nghiệm nào cả thì ta nói phương trình **vô nghiệm** (hoặc nói tập nghiệm của nó là rỗng).

2. Điều kiện của một phương trình

Khi giải phương trình (1), ta cần lưu ý với điều kiện đối với ẩn số x để $f(x)$ và $g(x)$ có nghĩa (tức là mọi phép toán đều thực hiện được). Ta cũng nói đó là điều kiện xác định của phương trình (hay gọi tắt là điều kiện của phương trình).

3. Phương trình nhiều ẩn

Ngoài các phương trình một ẩn, ta còn gặp những phương trình có nhiều ẩn số, chẳng hạn

$$3x + 2y = x^2 - 2xy + 8, \qquad (2)$$

$$4x^2 - xy + 2z = 3z^2 + 2xz + y^2. \qquad (3)$$

Phương trình (2) là phương trình hai ẩn (x và y), còn (3) là phương trình ba ẩn (x, y và z).

Khi $x = 2,\ y = 1$ thì hai vế của phương trình (2) có giá trị bằng nhau, ta nói cặp $(x; y) = (2; 1)$ là một nghiệm của phương trình (2).

Tương tự, bộ ba số $(x; y; z) = (-1; 1; 2)$ là một nghiệm của phương trình (3).

4. Phương trình chứa tham số

Trong một phương trình (một hoặc nhiều ẩn), ngoài các chữ đóng vai trò ẩn số còn có thể có các chữ khác được xem như những hằng số và được gọi là **tham số.**

II – PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH HỆ QUẢ

1. Phương trình tương đương

Hai phương trình được gọi là tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm.

2. Phép biến đổi tương đương

Định lí

Nếu thực hiện các phép biển đổi sau đây trên một phương trình mà không làm thay đổi điều kiện của nó thì ta được một phương trình mới tương đương

a) Cộng hay trừ hai vế với cùng một số hoặc cùng một biểu thức;

b) Nhân hoặc chia hai vế với cùng một số khác 0 hoặc với cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0.

Chú ý: Chuyển vế và đổi dấu một biểu thức thực chất là thực hiện phép cộng hay trừ hai vế với biểu thức đó.

3. Phương trình hệ quả

Nếu mọi nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ đều là nghiệm của phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ thì phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ được gọi là phương trình hệ quả của phương trình $f(x)=g(x)$.

Ta viết

$$f(x)=g(x)\Rightarrow f_1(x)=g_1(x).$$

Phương trình hệ quả có thể có thêm nghiệm không phải là nghiệm của phương trình ban đầu. Ta gọi đó là **nghiệm ngoại lai**.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x}{x^2+1}-5=\frac{3}{x^2+1}$ là

A. $x\neq 1.$ **B.** $x\neq -1.$ **C.** $x\neq \pm 1.$ **D.** $x\in \mathbb{R}.$

Lời giải. Chọn D. Vì $x^2+1\neq 0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$.

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là

A. $x>3.$ **B.** $x\geq 2.$ **C.** $x\geq 1.$ **D.** $x\geq 3.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-2\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x\geq 2 \\ x\geq 3 \end{cases}\Leftrightarrow x\geq 3.$ **Chọn D.**

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\dfrac{x^2+5}{\sqrt{7-x}}=0$ là

A. $x\geq 2.$ **B.** $x<7.$ **C.** $2\leq x\leq 7.$ **D.** $2\leq x<7.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases}x-2\geq 0\\7-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 2\\x<7\end{cases}\Leftrightarrow 2\leq x<7.$ **Chọn D.**

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x^2-1}=0$ là

A. $x\geq 0.$ **B.** $x>0.$

C. $x>0$ và $x^2-1\geq 0.$ **D.** $x\geq 0$ và $x^2-1>0.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases}x>0\\x^2-1\geq 0\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 5. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{x^2}{\sqrt{x-2}}=\dfrac{8}{\sqrt{x-2}}$ là

A. $x\neq 2.$ **B.** $x\geq 2.$ **C.** $x<2.$ **D.** $x>2.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $x-2>0\Leftrightarrow x>2$. **Chọn D.**

Câu 6. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{1}{x^2-4}=\sqrt{x+3}$ là:

A. $x\geq -3$ và $x\neq\pm 2.$ **B.** $x\neq\pm 2.$

C. $x>-3$ và $x\neq\pm 2.$ **D.** $x\geq -3.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases}x^2-4\neq 0\\x+3\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 2\\x\geq -3\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^2-4}=\dfrac{1}{x-2}$ là

A. $x\geq 2$ hoặc $x\leq -2.$ **B.** $x\geq 2$ hoặc $x<-2.$

C. $x>2$ hoặc $x<-2.$ **D.** $x>2$ hoặc $x\leq -2.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases}x^2-4\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 2\\x\leq -2\end{array}\right.\\x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x\leq -2\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 8. Điều kiện xác định của phương trình $x+\dfrac{1}{\sqrt{2x+4}}=\dfrac{\sqrt{3-2x}}{x}$ là

A. $x>-2$ và $x\neq 0.$ **B.** $x>-2, x\neq 0$ và $x\leq\dfrac{3}{2}.$

C. $x>-2$ và $x<\dfrac{3}{2}.$ **D.** $x\neq -2$ và $x\neq 0.$

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases}2x+4>0\\3-2x\geq 0\\x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x\leq\dfrac{3}{2}\\x\neq 0\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $x+2-\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}=\dfrac{\sqrt{4-3x}}{x+1}$ là

A. $x>-2$ và $x\neq -1.$ **B.** $x>-2$ và $x<\dfrac{4}{3}.$

C. $x > -2, x \neq -1$ và $x \leq \frac{4}{3}$. **D.** $x \neq -2$ và $x \neq -1$.

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x+2>0 \\ 4-3x \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{4}{3} \\ x \neq -1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 10. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+3x} = 0$ là

A. $x \geq -\frac{1}{2}$. **B.** $x \geq -\frac{1}{2}$ và $x \neq -3$.

C. $x \geq -\frac{1}{2}$ và $x \neq 0$. **D.** $x \neq -3$ và $x \neq 0$.

Lời giải. Phương trình xác định khi $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x^2+3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Vấn đề 2. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG – PHƯƠNG TRÌNH HỆ QUẢ

Câu 11. Hai phương trình được gọi là tương đương khi

A. Có cùng dạng phương trình. **B.** Có cùng tập xác định.

C. Có cùng tập hợp nghiệm. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải. Chọn C.

Câu 12. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2 - 4 = 0$?

A. $(2+x)(-x^2+2x+1) = 0$. **B.** $(x-2)(x^2+3x+2) = 0$.

C. $\sqrt{x^2-3} = 1$. **D.** $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Lời giải. Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0 = \{-2;2\}$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $(2+x)(-x^2+2x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ -x^2+2x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \{-2;1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\} \neq S_0$.

• Đáp án B. Ta có $(x-2)(x^2+3x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2+3x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \{-2;-1;2\} \neq S_0$.

• Đáp án C. Ta có $\sqrt{x^2-3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3 = \{-2;2\} = S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_4 = \{2\} \neq S_0$.

Câu 13. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2-3x=0$?

A. $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}.$ **B.** $x^2+\frac{1}{x-3}=3x+\frac{1}{x-3}.$

C. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}.$ **D.** $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}.$

Lời giải. Ta có $x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0=\{0;3\}$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\geq 0\\x^2-3x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 2\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=3$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1=\{3\}\neq S_0$.

• Đáp án B. Ta có $x^2+\frac{1}{x-3}=3x+\frac{1}{x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\neq 0\\x^2-3x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=0$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2=\{0\}\neq S_0$.

• Đáp án C. Ta có $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\geq 0\\\left[\begin{array}{l}x^2-3x=0\\\sqrt{x-3}=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 3\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=3$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3=\{3\}\neq S_0$.

• Đáp án D. Ta có $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}\Leftrightarrow x^2=3x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_4=\{0;3\}=S_0$. **Chọn D.**

Câu 14. Cho phương trình $(x^2+1)(x-1)(x+1)=0$. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình đã cho ?

A. $x-1=0.$ **B.** $x+1=0.$ **C.** $x^2+1=0.$ **D.** $(x-1)(x+1)=0.$

Lời giải. Ta có $(x^2+1)(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)=0$ (vì $x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 15. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x+\frac{1}{x}=1$?

A. $x^2+\sqrt{x}=-1.$ **B.** $|2x-1|+\sqrt{2x+1}=0.$

C. $x\sqrt{x-5}=0.$ **D.** $7+\sqrt{6x-1}=-18.$

Lời giải. Ta có $x+\frac{1}{x}=1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\x^2-x+1=0\end{cases}$ (vô nghiệm). Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0=\varnothing$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\begin{cases}x^2\geq 0\\\sqrt{x}\geq 0\end{cases}\longrightarrow x^2+\sqrt{x}\geq 0$. Do đó, phương trình $x^2+\sqrt{x}=-1$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_1=\varnothing=S_0$.

• Đáp án B. Ta có $|2x-1|+\sqrt{2x+1}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|=0 \\ \sqrt{2x+1}=0 \end{cases}$ (vô nghiệm). Do đó, phương trình $|2x-1|+\sqrt{2x+1}=0$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_2=\varnothing=S_0$.

• Đáp án C. Ta có $x\sqrt{x-5}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{x-5}=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=5$. Do đó, phương trình $x\sqrt{x-5}=0$ có tập nghiệm là $S_3=\{5\}\ne S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $\sqrt{6x-1}\ge 0 \longrightarrow 7+\sqrt{6x-1}\ge 7>-18$. Do đó, phương trình $7+\sqrt{6x-1}=-18$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_4=\varnothing=S_0$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2 \Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}$. **B.** $\sqrt{x-1}=3x \Leftrightarrow x-1=9x^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x=x^2$. **D.** $\dfrac{2x-3}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1} \Leftrightarrow 2x-3=(x-1)^2$.

Lời giải. Chọn A.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0$. **B.** $x^2+1=0 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$.

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$. **D.** $x^2=1 \Leftrightarrow x=1$.

Lời giải. Chọn D. Vì $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Câu 18. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$. **B.** $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

C. $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$. **D.** $x(x+2)=x$ và $x+2=1$.

Lời giải. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có

$x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \longrightarrow x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x=1$. **Chọn A.**

• Đáp án B. Ta có $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\ge 0 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Do đó, $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

• Đáp án C. Ta có $\left\langle \begin{array}{l} \sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=0 \\ x+2=1 \Leftrightarrow x=-1 \end{array}\right.$. Do đó, $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

• Đáp án D. Ta có $\left\langle \begin{array}{l} x(x+2)=x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ x+2=1 \Leftrightarrow x=-1 \end{array}\right.$. Do đó, $x(x+2)=x$ và $x+2=1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

Câu 19. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$. **B.** $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$.

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$. **D.** $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

Lời giải. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\begin{cases} 2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\geq 0\\2x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 3\\x=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing\\ 2x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Do đó, $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

• Đáp án B. Ta có $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=0$. Do đó, $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$ là cặp phương trình tương đương. **Chọn B.**

• Đáp án C. Ta có $\begin{cases}\sqrt{x+1}=2-x\Leftrightarrow\begin{cases}2-x\geq 0\\x+1=(2-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 2\\x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}\\ x+1=(2-x)^2\Leftrightarrow x^2-5x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}\end{cases}$. Do đó, $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$ không phải là cặp phương trình tương đương.

• Đáp án D. Ta có $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\geq 0\\x=1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$. Do đó, $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

Câu 20. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+1=x^2-2x$ và $x+2=(x-1)^2$.

B. $3x\sqrt{x+1}=8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1}=16\sqrt{3-x}$.

C. $x\sqrt{3-2x}+x^2=x^2+x$ và $x\sqrt{3-2x}=x$.

D. $\sqrt{x+2}=2x$ và $x+2=4x^2$.

Lời giải. Chọn D.

Ta có $\begin{cases}\sqrt{x+2}=2x\Leftrightarrow\begin{cases}2x\geq 0\\x+2=4x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x=\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{8}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{8}\\ x+2=4x^2\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{8}\end{cases}$.

Do đó, $\sqrt{x+2}=2x$ và $x+2=4x^2$ không phải là cặp phương trình tương đương.

Câu 21. Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$2x^2+mx-2=0 \quad (1) \quad \text{và} \quad 2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0 \quad (2).$$

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=-2$.

Lời giải. Ta có $(2)\Leftrightarrow(x+2)(2x^2+mx-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\2x^2+mx-2=0\end{array}\right.$.

Do hai phương trình tương đương nên $x=-2$ cũng là nghiệm của phương trình (1).

Thay $x=-2$ vào (1), ta được $2(-2)^2+m(-2)-2=0 \Leftrightarrow m=3$.

Với $m=3$, ta có

- (1) trở thành $2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=\frac{1}{2}$.
- (2) trở thành $2x^3+7x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2(2x+1)=0 \Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=\frac{1}{2}$.

Suy ra hai phương trình tương đương. Vậy $m=3$ thỏa mãn. **Chọn B.**

Cách trắc nghiệm. Thay lần lượt các giá trị m trong từng đáp án vào hai phương trình và tìm nghiệm.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$mx^2-2(m-1)x+m-2=0 \quad (1) \quad \text{và} \quad (m-2)x^2-3x+m^2-15=0 \quad (2).$$

A. $m=-5$. **B.** $m=-5$; $m=4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Lời giải. Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ mx-m+2=0 \end{array}\right.$.

Do hai phương trình tương đương nên $x=1$ cũng là nghiệm của phương trình (2).

Thay $x=1$ vào (2), ta được $(m-2)-3+m^2-15=0 \Leftrightarrow m^2+m-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Với $m=-5$, ta có

- (1) trở thành $-5x^2+12x-7=0 \Leftrightarrow x=\frac{7}{5}$ hoặc $x=1$.
- (2) trở thành $-7x^2-3x+10=0 \Leftrightarrow x=-\frac{10}{7}$ hoặc $x=1$.

Suy ra hai phương trình không tương đương

Với $m=4$, ta có

- (1) trở thành $4x^2-6x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=1$.
- (2) trở thành $2x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=1$.

Suy ra hai phương trình tương đương. Vậy $m=4$ thỏa mãn. **Chọn C.**

Cách trắc nghiệm. Thay lần lượt các giá trị m trong từng đáp án vào hai phương trình và tìm nghiệm.

Câu 23. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-2}=1 \Rightarrow x-2=1$. **B.** $\frac{x(x-1)}{x-1}=1 \Rightarrow x=1$.

C. $|3x-2|=x-3 \Rightarrow 8x^2-4x-5=0$. **D.** $\sqrt{x-3}=\sqrt{9-2x} \Rightarrow 3x-12=0$.

Lời giải. Chọn C.

Ta có:

• $|3x-2|=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\ge 0 \\ (3x-2)^2=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ 8x^2-6x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{4} \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

• $8x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{11}}{4}$.

Do đó, phương trình $8x^2-4x-5=0$ không phải là hệ quả của phương trình $|3x-2|=x-3$.

Câu 24. Cho phương trình $2x^2-x=0$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình đã cho?

A. $2x-\dfrac{x}{1-x}=0.$ **B.** $4x^3-x=0.$

C. $\left(2x^2-x\right)^2+(x-5)^2=0.$ **D.** $2x^3+x^2-x=0.$

Lời giải. Ta có $2x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0=\left\{0;\dfrac{1}{2}\right\}$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $2x-\dfrac{x}{1-x}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x\ne 0 \\ 2x(1-x)-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1=\left\{0;\dfrac{1}{2}\right\}\supset S_0$.

• Đáp án B. Ta có $4x^3-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2=\left\{-\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right\}\supset S_0$.

• Đáp án C. Ta có $\left(2x^2-x\right)^2+(x-5)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-x=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-x=0 \\ x=5 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3=\varnothing \not\supset S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $2x^3+x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=-1 \end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2=\left\{-1;0;\dfrac{1}{2}\right\}\supset S_0$.

Câu 25. Cho hai phương trình: $x(x-2)=3(x-2)$ (1) và $\dfrac{x(x-2)}{x-2}=3$ (2). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2).

B. Phương trình (1) và (2) là hai phương trình tương đương.

C. Phương trình (2) là hệ quả của phương trình (1).

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải. Ta có:

• Phương trình $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$. Do đó, tập nghiệm của phương trình (1) là $S_1=\{2;3\}$.

• Phương trình $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\neq 0\\x=3\end{cases}\Leftrightarrow x=3$. Do đó, tập nghiệm của phương trình (2) là $S_2=3$.

Vì $S_2\subset S_1$ nên phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2). **Chọn A.**

Vấn đề 3. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2x-x^2}$ là:

A. $S=\{0\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{0;2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}x^2-2x\geq 0\\2x-x^2\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\geq 0\\x^2-2x\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Thử lại ta thấy cả $x=0$ và $x=2$ đều thỏa mãn phương trình. **Chọn C.**

Câu 27. Phương trình $x\left(x^2-1\right)\sqrt{x-1}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $x-1\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$.

Phương trình tương đương với $\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=0\\\sqrt{x-1}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1.\\x=1\end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x=1$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 28. Phương trình $\sqrt{-x^2+6x-9}+x^3=27$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $-x^2+6x-9\geq 0\Leftrightarrow-(x-3)^2\geq 0\Leftrightarrow x=3$.

Thử lại ta thấy $x=3$ thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 29. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2(5-3x)}+2x=\sqrt{3x-5}+4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}(x-3)^2(5-3x)\geq 0\\ 3x-5\geq 0\end{cases}$. $(*)$

Ta thấy $x=3$ thỏa mãn điều kiện $(*)$.

Nếu $x\neq 3$ thì $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}5-3x\geq 0\\ 3x-5\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq\dfrac{5}{3}\\ x\geq\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$.

Do đó điều kiện xác định của phương trình là $x=3$ hoặc $x=\dfrac{5}{3}$.

Thay $x=3$ và $x=\dfrac{5}{3}$ vào phương trình thấy chỉ có $x=3$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 30. Phương trình $x+\sqrt{x-1}=\sqrt{1-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện $\begin{cases}x-1\geq 0\\ 1-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x\leq 1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Thử lại $x=1$ thì phương trình không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm. **Chọn A.**

Câu 31. Phương trình $\sqrt{2x}+\sqrt{x-2}=\sqrt{2-x}+2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 0\\ x-2\geq 0\Leftrightarrow x=2\\ 2-x\geq 0\end{cases}$.

Thử lại phương trình thấy $x=2$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 32. Phương trình $\sqrt{x^3-4x^2+5x-2}+x=\sqrt{2-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}x^3-4x^2+5x-2\geq 0\\ 2-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2(x-2)\geq 0\\ x\leq 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\end{array}\right.$.

Thay $x=1$ và $x=2$ vào phương trình thấy chỉ có $x=1$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 33. Phương trình $x+\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $x\neq 1$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương $x^2-x+1=2x-1\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=2$.

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất $x=2$. **Chọn B.**

Câu 34. Phương trình $\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 3$.

• Ta có $x = 3$ là một nghiệm.

• Nếu $x > 3$ thì $\sqrt{x-3} > 0$. Do đó phương trình tuong đương

$\left(x^2 - 3x + 2\right)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$. **Chọn B.**

Câu 35. Phương trình $\left(x^2 - x - 2\right)\sqrt{x+1} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq -1$.

• Ta có $x = -1$ là một nghiệm.

• Nếu $x > -1$ thì $\sqrt{x+1} > 0$. Do đó phương trình tương đương

$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = -1$, $x = 2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm. **Chọn C.**

❍ Bài 02

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

I – ÔN TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

1. Phương trình bậc nhất

Cách giải và biện luận phương trình dạng $ax+b=0$ được tóm tắt trong bảng sau

$ax+b=0 \qquad (1)$		
Hệ số		Kết luận
$a\neq 0$		(1) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{b}{a}$
$a=0$	$b\neq 0$	(1) vô nghiệm
	$b=0$	(1) nghiệm đúng với mọi x

Khi $a\neq 0$ phương trình $ax+b=0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Phương trình bậc hai

Cách giải và công thức nghiệm của phương trình bậc hai được tóm tắt trong bảng sau

$ax^2+bx+c=0 \ (a\neq 0) \qquad (2)$	
$\Delta=b^2-4ac$	Kết luận
$\Delta>0$	(2) có hai nghiệm phân biệt $x_{1,\,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta=0$	(2) có nghiệm kép $x=-\dfrac{b}{2a}$
$\Delta<0$	(2) vô nghiệm

3. Định lí Vi–ét

Nếu phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0 \ \ (a\neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \qquad x_1x_2=\frac{c}{a}.$$

Ngược lại, nếu hai số u và v có tổng $u+v=S$ và tích $uv=P$ thì u và v là các nghiệm của phương trình

$$x^2-Sx+P=0.$$

II – PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

Có nhiều phương trình khi giải có thể biến đổi về phương trình bậc nhất hoặc bậc hai. Sau đây ta xét hai trong các dạng phương trình đó.

1. Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối ta có thể dùng định nghĩa của giá trị tuyệt đối hoặc bình phương hai vế để khử dấu giá trị tuyệt đối.

Ví dụ 1. Giải phương trình $|x-3|=2x+1. \quad (3)$

Giải

Cách 1

a) Nếu $x\geq 3$ thì phương trình (3) trở thành $x-3=2x+1.$ Từ đó $x=-4.$

Giá trị $x=-4$ không thỏa mãn điều kiện $x \geq 3$ nên bị loại.

b) Nếu $x<3$ thì phương trình (3) trở thành $-x+3=2x+1$. Từ đó $x=\frac{2}{3}$.

giá trị này thỏa mãn điều kiện $x<3$ nên là nghiệm.

Kết luận. Vậy nghiệm của phương trình là $x=\frac{2}{3}$.

Cách 2. Bình phương hai vế của phương trình (3) ta đưa tới phương trình hệ quả

$$\begin{aligned}(3) &\Rightarrow (x-3)^2=(2x+1)^2\\ &\Rightarrow x^2-6x+9=4x^2+4x+1\\ &\Rightarrow 3x^2+10x-8=0.\end{aligned}$$

Phương trình cuối có hai nghiệm là $x=-4$ và $x=\frac{2}{3}$.

Thử lại ta thấy phương trình (3) chỉ có nghiệm là $x=\frac{2}{3}$.

2. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn

Để giải các phương trình chứa ẩn dưới dấu căn bậc hai, ta thường bình phương hai vế để đưa về một phương trình hệ quả không chứa ẩn dưới dấu căn.

Ví dụ 2. Giải phương trình $\sqrt{2x-3}=x-2.\quad (4)$

Giải. Điều kiện của phương trình (4) là $x \geq \frac{3}{2}$.

Bình phương hai vế của phương trình (4) ta đưa tới phương trình hệ quả

$$\begin{aligned}(4) &\Rightarrow 2x-3=x^2-4x+4\\ &\Rightarrow x^2-6x+7=0.\end{aligned}$$

Phương trình cuối có hai nghiệm là $x=3+\sqrt{2}$ và $x=3-\sqrt{2}$. Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện của phương trình (4), nhưng khi thay vào phương trình (4) thì giá trị $x=3-\sqrt{2}$ bị loại (vế trái dương còn vế phải âm), còn giá trị $x=3+\sqrt{2}$ là nghiệm (hai vế cùng bằng $\sqrt{2}+1$).

Kết luận. Vậy nghiệm của phương trình (4) là $x=3+\sqrt{2}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. HÀM SỐ BẬC NHẤT

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2-4)x=3m+6$ vô nghiệm.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải. Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-4=0\\ 3m+6\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 2\\ m\neq -2\end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Chọn B.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx-m=0$ vô nghiệm.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m=\{0\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}^{+}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải. Phương trình viết lại $mx=m$.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases}m=0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$. **Chọn A.**

Câu 3. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(m^2-5m+6\right)x=m^2-2m$ vô nghiệm.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=6$.

Lời giải. Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases}m^2-5m+6=0\\m^2-2m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.\\m\neq 0\\m\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

Chọn C.

Câu 4. Cho phương trình $(m+1)^2x+1=(7m-5)x+m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m=1$. **B.** $m=2$; $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải. Phương trình viết lại $\left(m^2-5m+6\right)x=m-1$.

Phương trình vô nghiệm khi $\begin{cases}m^2-5m+6=0\\m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 5. Cho hai hàm số $y=(m+1)x^2+3m^2x+m$ và $y=(m+1)x^2+12x+2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho không cắt nhau.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=1$.

Lời giải. Đồ thị hai hàm số không cắt nhau khi và chỉ khi phương trình

$(m+1)x^2+3m^2x+m=(m+1)x^2+12x+2$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow 3\left(m^2-4\right)x=2-m$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4=0\\2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm 2\\m\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$. **Chọn A.**

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2m-4)x=m-2$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m\neq 2$.

Lời giải. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $2m-4\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$. **Chọn D.**

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $\left(m^2-9\right)x=3m(m-3)$ có nghiệm duy nhất ?

A. 2. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $m^2-9\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 3$

$\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-10;10]}$ có 19 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 8. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;10]$ để phương trình $(m+1)x=\left(3m^2-1\right)x+m-1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng:

A. 15. **B.** 16. **C.** 39. **D.** 40.

Lời giải. Phương trình viết lại $(3m^2-m-2)x=1-m$.

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $3m^2-m-2\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq -\dfrac{2}{3} \end{cases}$

$\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-5;10]} m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Do đó, tổng các phần tử trong S bằng 39. **Chọn C.**

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2+m)x=m+1$ có nghiệm duy nhất $x=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m=1$.

Lời giải. Phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2+m\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \end{cases}$. $(*)$

Khi đó, nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{1}{m}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{1}{m}=1 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn $(*)$). **Chọn D.**

Câu 10. Cho hai hàm số $y=(m+1)^2x-2$ và $y=(3m+7)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau.

A. $m\neq -2$. **B.** $m\neq -3$.

C. $m\neq -2; m\neq 3$. **D.** $m=-2; m=3$.

Lời giải. Đồ thị hai hàm số cắt nhau khi và chỉ khi phương trình

$(m+1)^2x-2=(3m+7)x+m$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow (m^2-m-6)x=2+m$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow m^2-m-6\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ m\neq -2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2-1)x=m-1$ có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải. Phương trình đã cho nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$ hay phương trình có vô số nghiệm khi $\begin{cases} m^2-1=0 \\ m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$. **Chọn A.**

Câu 12. Cho phương trình $m^2x+6=4x+3m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

A. $m=2$. **B.** $m\neq -2$. **C.** $m\neq -2$ và $m\neq 2$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải. Phương trình viết lại $(m^2-4)x=3m-6$.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-4=0 \\ 3m-6\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 2 \\ m\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$.

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm khi $m\neq -2$. **Chọn B.**

Câu 13. Cho phương trình $(m^2-3m+2)x+m^2+4m+5=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m=-2.$ **B.** $m=-5.$ **C.** $m=1.$ **D.** Không tồn tại.

Lời giải. Phương trình đã cho nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$ hay phương trình có vô số nghiệm khi $\begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ -\left(m^2+4m+5\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right. \\ m\in\varnothing \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$. **Chọn D.**

Câu 14. Cho phương trình $\left(m^2-2m\right)x=m^2-3m+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

A. $m=0.$ **B.** $m=2.$ **C.** $m\neq 0;\ m\neq 2.$ **D.** $m\neq 0.$

Lời giải. Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-2m=0 \\ m^2-3m+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right. \\ m\neq 2 \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$.

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm khi $m\neq 0$. **Chọn D.**

Câu 15. Cho hai hàm số $y=(m+1)x+1$ và $y=\left(3m^2-1\right)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho trùng nhau.

A. $m=1;\ m=-\dfrac{2}{3}.$ **B.** $m\neq 1$ và $m\neq -\dfrac{2}{3}.$

C. $m=1.$ **D.** $m=-\dfrac{2}{3}.$

Lời giải. Đồ thị hai hàm số trùng nhau khi và chỉ khi phương trình
$(m+1)x+1=\left(3m^2-1\right)x+m$ có vô số nghiệm

$\Leftrightarrow \left(3m^2-m-2\right)x=1-m$ có vô số nghiệm

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2-m-2=0 \\ 1-m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$ **Chọn C.**

Vấn đề 2. SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 16. Phương trình $ax^2+bx+c=0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

A. $a=0.$ **B.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}.$

C. $a=b=c=0.$ **D.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases}.$

Lời giải. • Với $a=0$. Phương trình trở thành $bx=-c$. Khi đó, phương trình có nghiệm duy nhất khi $b\neq 0$.

• Với $a\neq 0$. Khi đó, phương trình có nghiệm duy nhất khi $\Delta=0$.

Chọn B.

Câu 17. Số -1 là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2+4x+2=0.$ **B.** $2x^2-5x-7=0.$

C. $-3x^2+5x-2=0.$ **D.** $x^3-1=0.$

Lời giải. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $(-1)^2+4.(-1)+2=-1\neq 0$.

• Đáp án B. Ta có $2.(-1)^2-5.(-1)-7=0$.

• Đáp án C. Ta có $-3.(-1)^2+5.(-1)-2=-10\neq 0$.

• Đáp án D. Ta có $(-1)^3-1=-2\neq 0$.

Chọn B.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $x^2-7x+12=0$ có thể xem là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=x^2$ và $y=-7x+12$. **B.** $y=x^2$ và $y=-7x-12$.

C. $y=x^2$ và $y=7x+12$. **D.** $y=x^2$ và $y=7x-12$.

Lời giải. Ta có $x^2-7x+12=0\Leftrightarrow x^2=7x-12$. Do đó, nghiệm của phương trình đã cho có thể xem là hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=x^2$ và $y=7x-12$.

Chọn D.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $x^2-x+m=0$ vô nghiệm?

A. 9. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải. Ta có $\Delta=1-4m$.

Phương trình vô nghiệm khi $\Delta<0\Leftrightarrow 1-4m<0\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{4}$

Do $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;10] \end{cases}\longrightarrow m\in\{1;2;3;...;10\}\longrightarrow$ Có 10 giá trị thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 20. Phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ vô nghiệm khi:

A. $m\leq -2$. **B.** $m<-2$. **C.** $m>2$. **D.** $m\geq 2$.

Lời giải. • Với $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Khi đó phương trình trở thành $2x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

• Với $m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq -1$. Ta có $\Delta'=m^2-(m-2)(m+1)=m+2$.

Phương trình vô nghiệm khi $\Delta'<0\Leftrightarrow m+2<0\Leftrightarrow m<-2$. **Chọn B.**

Câu 21. Số nguyên k nhỏ nhất thỏa mãn phương trình $2x(kx-4)-x^2+6=0$ vô nghiệm là?

A. $k=-1$. **B.** $k=1$. **C.** $k=2$. **D.** $k=3$.

Lời giải. Phương trình viết lại $(2k-1)x^2-8x+6=0$.

• Với $2k-1=0\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{2}$.

Khi đó, phương trình trở thành $-8x+6=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{4}$.

• Với $2k-1\neq 0\Leftrightarrow k\neq\dfrac{1}{2}$. Ta có $\Delta'=(-4)^2-(2k-1).6=-12k+22$.

Khi đó, phương trình đã cho vô nghiệm khi $\Delta'<0\Leftrightarrow -12k+22<0\Leftrightarrow k>\dfrac{11}{6}$.

Do đó, số nguyên k nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $k=2$. **Chọn C.**

Câu 22. Phương trình $(m-2)x^2+2x-1=0$ có nghiệm kép khi:

A. $m=1;\ m=2.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=-1.$

Lời giải. Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\begin{cases} m-2\neq 0 \\ \Delta'=m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Chọn B.

Câu 23. Phương trình $mx^2+6=4x+3m$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\in\varnothing.$ **B.** $m=0.$ **C.** $m\in\mathbb{R}.$ **D.** $m\neq 0.$

Lời giải. Phương trình viết lại $mx^2-4x+(6-3m)=0$.

• Với $m=0$. Khi đó, phương trình trở thành $4x-6=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$. Do đó, $m=0$ là một giá trị cần tìm.

• Với $m\neq 0$. Ta có $\Delta'=(-2)^2-m(6-3m)=3m^2-6m+4=3(m-1)^2+1>0$

Khi đó, phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt nên $m\neq 0$ không thỏa.

Chọn B.

Câu 24. Phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+1=0$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m=0.$ **B.** $m=-1.$ **C.** $m=0;\ m=-1.$ **D.** $m=1.$

Lời giải. • Với $m=0$. Khi đó, phương trình trở thành $-2x+1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Do đó, $m=0$ là một giá trị cần tìm.

• Với $m\neq 0$. Ta có $\Delta'=\left[-(m+1)\right]^2-m(m+1)=m+1$.

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $\Delta'=0\Leftrightarrow m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Chọn C.

Câu 25. Phương trình $(m+1)x^2-6(m+1)x+2m+3=0$ có nghiệm kép khi:

A. $m=-1.$ **B.** $m=-1;\ m=-\frac{6}{7}$ **C.** $m=-\frac{6}{7}.$ **D.** $m=\frac{6}{7}.$

Lời giải. Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\begin{cases} m+1\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\neq 0 \\ 7m^2+13m+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-\frac{6}{7} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{6}{7}$. **Chọn C.**

Câu 26. Phương trình $2(x^2-1)=x(mx+1)$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m=\frac{17}{8}.$ **B.** $m=2.$ **C.** $m=2;\ m=\frac{17}{8}.$ **D.** $m=-1.$

Lời giải. Phương trình viết lại $(2-m)x^2-x-2=0$.

• Với $2-m=0\Leftrightarrow m=2$. Khi đó, phương trình trở thành $-x-2=0\Leftrightarrow x=-2$. Do đó, $m=2$ là một giá trị cần tìm.

• Với $2-m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$. Ta có $\Delta=(-1)^2-4(2-m).(-2)=-8m+17$.

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $\Delta=0\Leftrightarrow -8m+17=0\Leftrightarrow m=\frac{17}{8}$.

Chọn C.

Câu 27. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)x^2-2x+1-2m=0$ có nghiệm duy nhất. Tổng của các phần tử trong S bằng:

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải. • Với $m=2$, phương trình trở thành $-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$. Do đó $m=2$ là một giá trị cần tìm.

• Với $m \neq 2$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai có $\Delta'=2m^2-5m+3$. Để phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$ hoặc $m=1$.

Vậy $S=\left\{1;\ \frac{3}{2};\ 2\right\} \longrightarrow$ tổng các phần tử trong S bằng $1+\frac{3}{2}+2=\frac{9}{2}$. **Chọn D.**

Câu 28. Phương trình $(m-1)x^2+6x-1=0$ có hai nghiệm phân biệt khi:

A. $m>-8$. **B.** $m>-\frac{5}{4}$. **C.** $m>-8;\ m\neq 1$. **D.** $m>-\frac{5}{4};\ m\neq 1$.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} m-1\neq 0 \\ \Delta'>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m+8>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m>-8 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $mx^2-2(m+2)x+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 5m+4>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m>-\frac{4}{5} \end{cases}$. Do $\begin{cases} m\in \mathbb{Z} \\ m\in[-5;5] \end{cases} \longrightarrow m\in\{1;2;3;4;5\} \longrightarrow$ Có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 30. Phương trình $(m^2+2)x^2+(m-2)x-3=0$ có hai nghiệm phân biệt khi:

A. $0<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\leq 2$.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} m^2+2\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 13m^2-4m+28>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 31. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=2x+m$ tiếp xúc với parabol $(P): y=(m-1)x^2+2mx+3m-1$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm $(m-1)x^2+2mx+3m-1=2x+m$

$\Leftrightarrow (m-1)x^2+2(m-1)x+2m-1=0.\quad (*)$

Để d tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - (m-1)(2m-1) = -m(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$ **Chọn C.**

Câu 32. Phương trình $x^2 + m = 0$ có nghiệm khi:

A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải. Phương trình tương đương với $x^2 = -m$.

Do vế trái của phương trình không âm nên để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$. **Chọn C.**

Câu 33. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-20;20]$ để phương trình $x^2 - 2mx + 144 = 0$ có nghiệm. Tổng của các phần tử trong S bằng:

A. 21. **B.** 18. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải. Phương trình có nghiệm khi $\Delta' = m^2 - 144 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 12^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 12 \\ m \leq -12 \end{array}\right.$

$\xrightarrow[m \in \mathbb{Z}]{m \in [-20;20]} S = \{-20; -19; -18; ...; -12; 12; 13; 14; ...; 20\}$.

Do đó tổng các phần tử trong tập S bằng 0. **Chọn D.**

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai đồ thị hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - m$ có điểm chung.

A. $m = -\frac{7}{2}$. **B.** $m < -\frac{7}{2}$. **C.** $m > -\frac{7}{2}$. **D.** $m \geq -\frac{7}{2}$.

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 - 2x + 3 = x^2 - m$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - m - 3 = 0$. $(*)$

Để hai đồ thị hàm số có điểm chung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 2(-m-3) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{7}{2}$. **Chọn D.**

Câu 35. Phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có nghiệm khi:

A. $m \geq -\frac{5}{4}$. **B.** $m \leq -\frac{5}{4}$. **C.** $m = -\frac{5}{4}$. **D.** $m = \frac{5}{4}$.

Lời giải. • Với $m = 1$, phương trình trở thành $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Do đó $m = 1$ thỏa mãn.

• Với $m \neq 1$, ta có $\Delta = 9 + 4(m-1) = 4m + 5$.

Phương trình có nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4} \xrightarrow{m \neq -1} -\frac{5}{4} \leq m \neq -1$.

Hợp hai trường hợp ta được $m \geq -\frac{5}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $mx^2 - mx + 1 = 0$ có nghiệm.

A. 17. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải. Nếu $m = 0$ thì phương trình trở thành $1 = 0$: vô nghiệm.

Khi $m \neq 0$, phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = m^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m \neq 0$, ta được $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}, m\in[-10;10]} m \in \{-10;-9;-8;...;-1\} \cup \{4;5;6;...;10\}$.

Vậy có tất cả 17 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán. **Chọn A.**

Câu 37. Biết rằng phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ có một nghiệm bằng 3. Nghiệm còn lại của phương trình bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Vì phương trình đã cho có nghiệm bằng 3 nên thay $x = 3$ vào phương trình, ta được $9 - 12 + m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Với $m = 2$ phương trình trở thành $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3x^2 - (m+2)x + m - 1 = 0$ có một nghiệm gấp đôi nghiệm còn lại.

A. $m \in \left\{\frac{5}{2};7\right\}$. **B.** $m \in \left\{-2;-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m \in \left\{0;\frac{2}{5}\right\}$. **D.** $m \in \left\{-\frac{3}{4};1\right\}$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 16 > 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 4. \quad (*)$

Theo định lí Viet, ta có $\left\{\begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{3}; x_1 + x_2 = \frac{m+2}{3} \\ x_1 = 2x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = \frac{2}{9}(m+2), x_2 = \frac{1}{9}(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{3} \end{array}\right.$

$\longrightarrow \frac{2}{81}(m+2)^2 = \frac{m-1}{3} \Leftrightarrow 2m^2 - 19m + 35 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{5}{2} \\ m=7 \end{array}\right.$ (thỏa $(*)$). **Chọn A.**

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3x^2 - 2(m+1)x + 3m - 5 = 0$ có một nghiệm gấp ba nghiệm còn lại.

A. $m = 7$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 3; m = 7$. **D.** $m \in \varnothing$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 16 > 0 \Leftrightarrow \left(m - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Theo định lí Viet, ta có $\left\{\begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-5}{3}; x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{3} \\ x_1 = 3x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = \frac{m+1}{2}, x_2 = \frac{m+1}{6} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-5}{3} \end{array}\right.$

$\longrightarrow \frac{(m+1)^2}{12} = \frac{3m-5}{3} \Leftrightarrow m^2 - 10m + 21 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=7 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x^2 - 4mx - 4) = 0$ ba nghiệm phân biệt.

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m \neq \frac{3}{4}$. **D.** $m \neq -\frac{3}{4}$.

Lời giải. Ta có $(x-1)(x^2 - 4mx - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ g(x) = x^2 - 4mx - 4 = 0 \quad (*) \end{array}\right.$.

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m^2 + 4 > 0 \\ g(1) = 1 - 4m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -\frac{3}{4}$. **Chọn D.**

Vấn đề 3. DẤU CỦA NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 41. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2. Do x_1 và x_2 cùng dấu nên $x_1 x_2 > 0$ hay $P > 0$. **Chọn A.**

Câu 42. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi 2 nghiệm của phương trình là x_1 và x_2. Do x_1 và x_2 là hai nghiệm âm nên $\begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 43. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2. Do x_1 và x_2 là hai nghiệm dương nên $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 44. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. **C.** $P < 0$. **D.** $P > 0$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2. Do x_1 và x_2 là hai nghiệm trái dấu nên $x_1 x_2 < 0$ hay $P < 0$.

Mặt khác, $P<0 \Leftrightarrow \frac{c}{a}<0 \Rightarrow ac<0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac>0$. Do đó, phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $P<0$. **Chọn C.**

Câu 45. Phương trình $x^2-mx+1=0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi:

A. $m<-2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\geq -2$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-4>0\\ m<0\\ 1>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>2\end{array}\right.\\ m<0\end{cases} \Leftrightarrow m<-2$. **Chọn A.**

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-5;5]$ để phương trình $x^2+4mx+m^2=0$ có hai nghiệm âm phân biệt?

A. 5. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi $\begin{cases}\Delta'>0\\ S<0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m^2>0\\ -4m<0\\ m^2>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow m>0$. Do $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in[-5;5]\end{cases} \longrightarrow m\in\{1;2;3;4;5\} \longrightarrow$ Có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 47. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx^2+x+m=0$ có hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $m\in\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $m\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in(0;2)$. **D.** $m\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi $\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ 1-4m^2>0\\ -\frac{1}{m}<0\\ 1>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ -\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 48. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;6]$ để phương trình $x^2+4mx+m^2=0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Tổng các phần tử trong S bằng:

A. -3. **B.** 2. **C.** 18. **D.** 21.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m^2>0\\ -4m>0\\ m^2>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2;6]} S = \{-2;-1\}$. Do đó, tổng các phần tử trong S bằng -3.

Chọn A.

Câu 49. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt là:

A. $m \in (-1\,;1)$. **B.** $m \in (1\,;+\infty)$. **C.** $m \in \left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $m \in (-\infty;-1)$.

Lời giải. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2m+2 > 0 \\ S = 2(m+1) > 0 \\ P = m^2 - 1 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > -1 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$. Vậy với $m > 1$ thì thỏa bài toán. **Chọn B.**

Câu 50. Phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \leq 1$.

Lời giải. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \dfrac{-1}{m-1} < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$. **Chọn A.**

Vấn đề 4. BIỂU THỨC ĐỐI XỨNG GIỮA CÁC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 51. Giả sử phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $P = 3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2)$ theo m.

A. $P = 3m^2 - 10m + 6$. **B.** $P = 3m^2 + 10m - 5$.

C. $P = 3m^2 - 10m + 1$. **D.** $P = 3m^2 + 10m + 1$.

Lời giải. Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1x_2 = m^2 + 2 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 \end{cases}$.

Thay vào P, ta được $P = 3(m^2+2) - 5(2m+1) = 3m^2 - 10m + 1$. **Chọn C.**

Câu 52. Giả sử phương trình $x^2 - 3x - m = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $P = x_1^2(1 - x_2) + x_2^2(1 - x_1)$ theo m.

A. $P = -m + 9$. **B.** $P = 5m + 9$. **C.** $P = m + 9$. **D.** $P = -5m + 9$.

Lời giải. Ta có $P = x_1^2(1-x_2) + x_2^2(1-x_1) = x_1^2 - x_1^2.x_2 + x_2^2 - x_2^2.x_1$

$= x_1^2 + x_2^2 - x_1.x_2(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 - x_1.x_2(x_1 + x_2)$.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1.x_2 = -m \end{cases}$.

Thay vào P, ta được $P=3^2-2(-m)-(-m).3=5m+9$. **Chọn B.**

Câu 53. Giả sử phương trình $2x^2-4ax-1=0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T=|x_1-x_2|$.

A. $T=\dfrac{4a^2+2}{3}$. **B.** $T=\sqrt{4a^2+2}$. **C.** $T=\dfrac{\sqrt{a^2+8}}{2}$. **D.** $T=\dfrac{\sqrt{a^2+8}}{4}$.

Lời giải. Vì $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $2x^2-4ax-1=0$.

Theo hệ thức Viet, ta có $x_1+x_2=-\left(-\dfrac{4a}{2}\right)=2a$ và $x_1x_2=-\dfrac{1}{2}$. (1).

Ta có $T=|x_1-x_2|\Leftrightarrow T^2=(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$. (2).

Từ (1) và (2) suy ra $T^2=(2a)^2-4.\left(-\dfrac{1}{2}\right)=4a^2+2\Rightarrow T=\sqrt{4a^2+2}>0$. **Chọn B.**

Câu 54. Cho phương trình $x^2+px+q=0$ trong đó $p>0,\ q>0$. Nếu hiệu các nghiệm của phương trình bằng 1. Khi đó p bằng

A. $\sqrt{4q+1}$. **B.** $\sqrt{4q-1}$. **C.** $-\sqrt{4q+1}$. **D.** $q+1$.

Lời giải. Giả sử $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2+px+q=0$.

Theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-p<0\\ x_1x_2=q>0\end{cases}$ (vì $p,\ q>0$). (1)

Từ giả thiết, ta có $|x_1-x_2|=1\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=1\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=1$. (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $p^2-4q=1\Leftrightarrow p^2=4q+1\Leftrightarrow p=\sqrt{4q+1}>0$. **Chọn A.**

Câu 55. Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2+1=0$ (m là tham số). Tìm giá trị nguyên của m sao cho biểu thức $P=\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}$ có giá trị nguyên.

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải. Ta có $\Delta=(2m+1)^2-4(m^2+1)=4m-3$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow\Delta\ge 0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{3}{4}$.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2m+1\\ x_1x_2=m^2+1\end{cases}$.

Khi đó $P=\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}=\dfrac{m^2+1}{2m+1}=\dfrac{2m-1}{4}+\dfrac{5}{4(2m+1)}\longrightarrow 4P=2m-1+\dfrac{5}{2m+1}$.

Do $m\ge\dfrac{3}{4}$ nên $2m+1\ge\dfrac{5}{2}$.

Để $P\in\mathbb{Z}$ thì ta phải có $(2m+1)$ là ước của 5, suy ra $2m+1=5\Leftrightarrow m=2$.

Thử lại với $m=2$, ta được $P=1$: thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 56. Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (m là tham số). Tìm m để biểu thức $P=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-12$.

Lời giải. Ta có $\Delta'=(m+1)^2-(m^2+2)=2m-1$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1.x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$.

Khi đó $P = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6 = m^2 + 2 - 2(2m+2) - 6 = (m-2)^2 - 12 \geq -12$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $m = 2$: thỏa $(*)$. **Chọn C.**

Câu 57. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

A. $P_{\max} = \frac{1}{2}$. **B.** $P_{\max} = 2$. **C.** $P_{\max} = \frac{25}{4}$. **D.** $P_{\max} = \frac{9}{4}$.

Lời giải. Ta có $\Delta' = m^2 - 2(m^2 - 2) = -m^2 + 4$.

Để phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 4 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1x_2 = \dfrac{m^2 - 2}{2} \end{cases}$.

Khi đó $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4| = |m^2 - m - 6| = |(m+2)(m-3)| = -(m+2)(m-3)$

$= -m^2 + m + 6 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}$ (do $-2 \leq m \leq 2$).

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$: thỏa $(*)$. **Chọn C.**

Câu 58. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |x_1 + x_2 + x_1x_2|$.

A. $P_{\max} = \frac{1}{4}$. **B.** $P_{\max} = 1$. **C.** $P_{\max} = \frac{9}{8}$. **D.** $P_{\max} = \frac{9}{16}$.

Lời giải. Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (2m^2 - 3m + 1) = -m^2 + m = m(1-m)$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = 2m^2 - 3m + 1 \end{cases}$.

Khi đó $P = |x_1 + x_2 + x_1.x_2| = |2(m-1) + 2m^2 - 3m + 1| = 2\left|m^2 - \frac{m}{2} - \frac{1}{2}\right| = 2\left|\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right|$.

Vì $0 \leq m \leq 1 \longrightarrow -\frac{1}{4} \leq m - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \longrightarrow \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{16} \longrightarrow \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} \leq 0$.

Do đó $P = 2\left|\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right| = 2\left(\frac{9}{16} - \left(m - \frac{1}{4}\right)^2\right) = \frac{9}{8} - 2\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{8}$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{4}$: thỏa mãn $(*)$. **Chọn C.**

Câu 59. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để biểu thức $P = \dfrac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{5}{2}$.

Lời giải. Ta có $\Delta=m^2-4(m-1)=(m-2)^2\geq 0$, với mọi m.

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m-1\end{cases}$.

Suy ra $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=m^2-2(m-1)=m^2-2m+2$.

Khi đó $P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}=\frac{2m+1}{m^2+2}$.

Suy ra $P-1=\frac{2m+1}{m^2+2}-1=\frac{2m+1-m^2-2}{m^2+2}=-\frac{(m-1)^2}{m^2+2}\leq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra $P\leq 1,\ \forall m\in\mathbb{R}$. Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $m=1$. **Chọn B.**

Câu 60. Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2-mx+m-1=0$ (m là tham số). Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$.

A. $P_{\min}=-2$. **B.** $P_{\min}=-\frac{1}{2}$. **C.** $P_{\min}=0$. **D.** $P_{\min}=1$.

Lời giải. Ta có $\Delta=m^2-4(m-1)=(m-2)^2\geq 0$, với mọi m.

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m-1\end{cases}$.

Suy ra $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=m^2-2(m-1)=m^2-2m+2$.

Khi đó $P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}=\frac{2m+1}{m^2+2}$.

Suy ra $P+\frac{1}{2}=\frac{2m+1}{m^2+2}+\frac{1}{2}=\frac{2(2m+1)+m^2+2}{2(m^2+2)}=\frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)}\geq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra $P\geq -\frac{1}{2},\ \forall m\in\mathbb{R}$. Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $m=-2$. **Chọn B.**

Vấn đề 5. TÍNH CHẤT NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 61. Nếu $m\neq 0$ và $n\neq 0$ là các nghiệm của phương trình $x^2+mx+n=0$ thì tổng $m+n$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải. Theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases}m+n=-m\\m.n=n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-2m\\m=1\end{cases}\ (n\neq 0)\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=-2\end{cases}$

$\longrightarrow m+n=-1$. **Chọn B.**

Câu 62. Giả sử các nghiệm của phương trình $x^2+px+q=0$ là lập phương các nghiệm của phương trình $x^2+mx+n=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $p+q=m^3.$ **B.** $p=m^3+3mn.$ **C.** $p=m^3-3mn.$ **D.** $\left(\frac{m}{n}\right)^3=\frac{p}{q}.$

Lời giải. Giả sử phương trình $x^2+px+q=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ và phương trình $x^2+mx+n=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3,\ x_4.$

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} x_1=x_3^3 \\ x_2=x_4^3 \end{cases} \Leftrightarrow x_1+x_2=x_3^3+x_4^3=(x_3+x_4)\left[(x_3+x_4)^2-3x_3x_4\right].$ $(*)$

Theo hệ thức Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_3+x_4=-m \\ x_3x_4=n \end{cases}$, thay vào $(*)$, ta được $-p=-m\left(m^2-3n\right).$

Vậy $p=m\left(m^2-3n\right)=m^3-3mn.$ **Chọn C.**

Câu 63. Cho hai phương trình $x^2-2mx+1=0$ và $x^2-2x+m=0.$ Có hai giá trị của m để phương trình này có một nghiệm là nghịch đảo của một nghiệm của phương trình kia. Tính tổng S của hai giá trị m đó.

A. $S=-\frac{5}{4}.$ **B.** $S=1.$ **C.** $S=-\frac{1}{4}.$ **D.** $S=\frac{1}{4}.$

Lời giải. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $x^2-2mx+1=0.$ Điều kiện: $x_0\neq 0.$

Suy ra $\frac{1}{x_0}$ là nghiệm của phương trình $x^2-2x+m=0.$

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} x_0^2-2mx_0+1=0 \\ \left(\frac{1}{x_0}\right)^2-\frac{2}{x_0}+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2-2mx_0+1=0. & (1) \\ mx_0^2-2x_0+1=0. & (2) \end{cases}$

Lấy $(1)-(2)$, ta được $x_0^2(1-m)-2x_0(m-1)=0 \Leftrightarrow (m-1)\left(x_0^2+2x_0\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ x_0=-2 \end{array}\right..$

Với $x_0=-2$ thay vào (1), ta được $(-2)^2-2m.(-2)+1=0 \Leftrightarrow m=-\frac{5}{4}.$

Vậy tổng tất cả giá trị của m cần tìm là $m_1+m_2=1-\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}.$ **Chọn C.**

Câu 64. Cho hai phương trình $x^2-mx+2=0$ và $x^2+2x-m=0$. Có bao nhiêu giá trị của m để một nghiệm của phương trình này và một nghiệm của phương trình kia có tổng là 3?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Gọi x_0 là một nghiệm của phương trình $x^2-mx+2=0.$

Suy ra $3-x_0$ là một nghiệm của phương trình $x^2+2x-m=0.$

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} x_0^2-mx_0+2=0 \\ (3-x_0)^2+2(3-x_0)-m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2-mx_0+2=0. & (1) \\ m=x_0^2-8x_0+15. & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1), ta được $x_0^2-\left(x_0^2-8x_0+15\right)x_0+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=\frac{7\pm 3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{(2)}$ cho ta 3 giá trị của m cần tìm. **Chọn D.**

Câu 65. Cho a, b, c, d là các số thực khác 0. Biết c và d là hai nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$ và a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2+cx+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b+c+d$.

A. $S=-2$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $S=2$.

Lời giải. Vì c, d là hai nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$ suy ra $c+d=-a$.

Vì a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2+cx+d=0$ suy ra $a+b=-c$.

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} c+d=-a \\ a+b=-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=-d \\ a+c=-b \end{cases} \Leftrightarrow b=d$.

Lại có $\begin{cases} c^2+ac+b=0 \\ a^2+ca+d=0 \end{cases} \longrightarrow c^2-a^2+b-d=0 \Leftrightarrow a^2=c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=c \\ a=-c \end{array}\right.$.

- Với $a=-c$ thì từ $c+d=-a \longrightarrow d=0$: mâu thuẫn giả thiết.
- Với $a=c$ thì từ $c+d=-a \longrightarrow d=-2c$ và từ $a+b=-c \longrightarrow b=-2c$.

Ta có $c^2+ac+b=0 \xrightarrow[b=-2c]{a=c} 2c^2-2c=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0\,(\text{loại}) \\ c=1\,(\text{thoả}) \end{array}\right.$.

Khi đó $S=a+b+c+d=c-2c+c-2c=-2c=-2.1=-2$. **Chọn A.**

Vấn đề 6. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI

Câu 66. Tập nghiệm S của phương trình $2x+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{3x}{x-1}$ là:

A. $S=\left\{1;\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải. Điều kiện $x\neq 1$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow 2x+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{3x}{x-1} \Leftrightarrow 2x=\dfrac{3(x-1)}{x-1} \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ thỏa điều kiện

$\longrightarrow S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **Chọn C.**

Câu 67. Tập nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2-5x}{\sqrt{x-2}}=-\dfrac{4}{\sqrt{x-2}}$ là:

A. $S=\{1;4\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\varnothing$. **D.** $S=\{4\}$.

Lời giải. Điều kiện $x>2$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{x^2-5x}{\sqrt{x-2}}=-\dfrac{4}{\sqrt{x-2}} \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\,(\text{loại}) \\ x=4 \end{array}\right.$

$\longrightarrow S=\{4\}$. **Chọn D.**

Câu 68. Phương trình $\dfrac{2x^2-10x}{x^2-5x}=x-3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. $\dfrac{2x^2-10x}{x^2-5x}=x-3\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-5x\neq 0\\ \dfrac{2x(x-5)}{x(x-5)}=x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-5x\neq 0\\ 2=x-3\end{cases}\to S=\varnothing.$ **Chọn A.**

Câu 69. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $1-\dfrac{2}{x-2}=\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{50}{(2-x)(x+3)}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0\in(-5;-3)$. **B.** $x_0\in[-3;-1]$. **C.** $x_0\in(-1;4)$. **D.** $x_0\in[4;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 2\\ x\neq -3\end{cases}$.

Phương trình tương đương $1-\dfrac{2}{2-x}=\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{50}{(2-x)(x+3)}$

$\Leftrightarrow(2-x)(x+3)-2(x+3)=10(2-x)-50\Leftrightarrow x^2-7x-30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\,(\text{thỏa})\\ x=-3\,(\text{loại})\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 70. Tập nghiệm S của phương trình $\dfrac{(m^2+1)x-1}{x+1}=1$ trong trường hợp $m\neq 0$ là:

A. $S=\left\{\dfrac{m+1}{m^2}\right\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=\left\{\dfrac{2}{m^2}\right\}$.

Lời giải. $\dfrac{(m^2+1)x-1}{x+1}=1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ (m^2+1)x-1=x+1\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{m^2}$. **Chọn D.**

Câu 71. Tập nghiệm S của phương trình $\dfrac{(2m^2+3)x+6m}{x}=3$ khi $m\neq 0$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{-\dfrac{3}{m}\right\}$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải. $\dfrac{(2m^2+3)x+6m}{x}=3\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ (2m^2+3)x+6m=3x\end{cases}\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{m}$. **Chọn B.**

Câu 72. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2+mx+2}{x^2-1}=1$ vô nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. $\dfrac{x^2+mx+2}{x^2-1}=1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 1\\ mx=-3\end{cases}\xrightarrow{VN}\left[\begin{array}{l}m=0\\ \begin{cases}m\neq 0\\ -\dfrac{3}{m}=\pm 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\pm 3\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 73. Phương trình $\dfrac{2mx-1}{x+1}=3$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq\dfrac{3}{2}$. **B.** $m\neq 0$.

C. $m\neq 0$ và $m\neq\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\neq-\dfrac{1}{2}$ và $m\neq\dfrac{3}{2}$.

Lời giải. $\dfrac{2mx-1}{x+1}=3\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\(2m-3)x=4\end{cases}\xrightarrow{nghiemduynhat}\begin{cases}2m-3\neq 0\\x=\dfrac{4}{2m-3}\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq\dfrac{3}{2}\\m\neq -\dfrac{1}{2}\end{cases}.$

Chọn D.

Câu 74. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;5]$ để phương trình $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}$ có nghiệm. Tổng các phần tử trong tập S bằng:

A. -1. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải. $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 1\\mx=m+2\end{cases}\xrightarrow{co\ \ nghiem}\begin{cases}m\neq 0\\x=1+\dfrac{2}{m}\neq\pm 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\m\neq -1\end{cases}.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-3;5]$ nên $m\in S=\{-3;-2;1;2;3;4;5\}$. **Chọn D.**

Câu 75. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ để phương trình $\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{m}{4-x^2}=\dfrac{x+3}{x+2}$ có nghiệm.

A. 4. **B.** 18. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải. $\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{m}{4-x^2}=\dfrac{x+3}{x+2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 2\\2x=-m-8\end{cases}\xrightarrow{co\ nghiem}x=\dfrac{m}{2}-4\neq\pm 2\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 12\\m\neq 4\end{cases}.$

Suy ra có tất cả 18 số nguyên m thỏa yêu cầu. **Chọn B.**

Câu 76. Tập nghiệm S của phương trình $|3x-2|=3-2x$ là:

A. $S=\{-1;1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\{0\}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow\begin{cases}3-2x\geq 0\\|3x-2|^2=(3-2x)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq\dfrac{3}{2}\\9x^2-12x+4=4x^2-12x+9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq\dfrac{3}{2}\\5x^2=5\end{cases}\Leftrightarrow x=\pm 1\longrightarrow S=\{-1;1\}$. **Chọn A.**

Câu 77. Phương trình $|2x-4|-2x+4=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow|2x-4|=2x-4\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4\geq 0\\2x-4=2x-4\end{cases}\Leftrightarrow x\geq 2.$

Do đó, phương trình có vô số nghiệm. **Chọn D.**

Câu 78. Tập nghiệm S của phương trình $|2x-1|=x-3$ là:

A. $S=\left\{\dfrac{4}{3}\right\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\left\{-2;\dfrac{4}{3}\right\}$. **D.** $S=\{-2\}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\geq 0\\(2x-1)^2=(x-3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 3\\3x^2+2x-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 3\\\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{4}{3}\\x=-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$

$\longrightarrow S=\varnothing$. **Chọn B.**

Câu 79. Tổng các nghiệm của phương trình $|x^2+5x+4|=x+4$ bằng:

A. -12. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x+4\ge 0 \\ (x^2+5x+4)^2=(x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -4 \\ (x^2+5x+4)^2-(x+4)^2=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -4 \\ (x^2+6x+8)(x^2+4x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -4 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+6x+8=0 \\ x^2+4x=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -4 \\ \left[\begin{array}{l} x=-2, x=-4 \\ x=0, x=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=-4 \end{array}\right.$

$\longrightarrow 0+(-2)+(-4)=-6$. **Chọn B.**

Câu 80. Gọi x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\left|x^2-4x-5\right|=4x-17$. Tính giá trị biểu thức $P=x_1^2+x_2$.

A. $P=16$. **B.** $P=58$. **C.** $P=28$. **D.** $P=22$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-17\ge 0 \\ \left|x^2-4x-5\right|^2=(4x-17)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{17}{4} \\ (x^2-4x-5)^2=(4x-17)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{17}{4} \\ (x^2-8x+12)(x^2-22)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x^2-8x+12=0 \\ x^2-22=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x=2\vee x=6 \\ x=\pm\sqrt{22} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=\sqrt{22} \end{array}\right. \longrightarrow P=\left(\sqrt{22}\right)^2+6=28$. **Chọn C.**

Câu 81. Tập nghiệm S của phương trình $|x-2|=|3x-5|$ là:

A. $S=\left\{\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{4}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{4}\right\}$. **C.** $S=\left\{-\dfrac{7}{4};-\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\dfrac{7}{4};\dfrac{3}{2}\right\}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow |x-2|^2=|3x-5|^2 \Leftrightarrow x^2-4x+4=9x^2-30x+25$

$\Leftrightarrow 8x^2-26x+21=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=\dfrac{7}{4} \end{array}\right. \longrightarrow S=\left\{\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{4}\right\}$. **Chọn A.**

Câu 82. Tổng các nghiệm của phương trình $|x+2|=2|x-2|$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow (x+2)^2=4(x-2)^2 \Leftrightarrow 3x^2-20x+12=0$.

Do đó, tổng các nghiệm của phương trình bằng $-\dfrac{b}{a}=\dfrac{20}{3}$. **Chọn D.**

Câu 83. Phương trình $|2x+1|=\left|x^2-3x-4\right|$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=x^2-3x-4 \\ 2x+1=-(x^2-3x-4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-5x-5=0 \\ x^2-x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pm\sqrt{45}}{2} \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 84. Phương trình $|2x-4|+|x-1|=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Ta có $\begin{cases}|2x-4|\geq 0\\|x-1|\geq 0\end{cases}\Rightarrow |2x-4|+|x-1|\geq 0$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}|2x-4|=0\\|x-1|=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\x=1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm. **Chọn A.**

Câu 85. Tổng các nghiệm của phương trình $|2x-5|+|2x^2-7x+5|=0$ bằng:

A. 6. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases}|2x-5|\geq 0\\|2x^2-7x+5|\geq 0\end{cases}\longrightarrow |2x-5|+|2x^2-7x+5|\geq 0.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}2x-5=0\\2x^2-7x+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\x=1\vee x=\frac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$. **Chọn B.**

Câu 86. Phương trình $(x+1)^2-3|x+1|+2=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải. Đặt $t=|x+1|$, $t\geq 0$.

Phương trình trở thành $t^2-3t+2=0\Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=2$.

- Với $t=1$ ta có $|x+1|=1\Leftrightarrow x+1=\pm 1\Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=0$.
- Với $t=2$ ta có $|x+1|=2\Leftrightarrow x+1=\pm 2\Leftrightarrow x=-3$ hoặc $x=1$.

Vậy phương trình có bốn nghiệm là $x=-3,\ x=-2,\ x=0,\ x=1$. **Chọn D.**

Câu 87. Tổng các nghiệm của phương trình $4x(x-1)=|2x-1|+1$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải. Phương trình tương đương với $4x^2-4x-|2x-1|-1=0$.

Đặt $t=|2x-1|, t\geq 0$. Suy ra $t^2=4x^2-4x+1\Rightarrow 4x^2-4x=t^2-1$.

Phương trình trở thành $t^2-1-t-1=0\Leftrightarrow t^2-t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}t=-1 & (\text{loại})\\t=2 & (\text{thỏa})\end{array}\right.$.

Với $t=2$, ta có $|2x-1|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=2\\2x-1=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\longrightarrow\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=1.$ **Chọn B.**

Câu 88. Với giá trị nào của a thì phương trình $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất?

A. $a>\frac{3}{2}$. **B.** $a<\frac{-3}{2}$. **C.** $a\neq\frac{3}{2}\wedge a\neq\frac{-3}{2}$. **D.** $a<\frac{-3}{2}\vee a>\frac{3}{2}$.

Lời giải. Dễ thấy, $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

- Xét $x\in(-\infty;0)$:

Phương trình trở thành $-3x+2ax=-1\Leftrightarrow(2a-3)x=-1\quad(1)$

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất khi $2a-3\neq 0\Leftrightarrow a\neq \frac{3}{2}$. Khi đó, nghiệm của phương trình là $x=\frac{-1}{2a-3}$. Mà $x<0\Rightarrow \frac{-1}{2a-3}<0\Leftrightarrow 2a-3>0\Leftrightarrow a>\frac{3}{2}$.

• Xét $x\in(0;+\infty)$:

Phương trình trở thành $3x+2ax=-1\Leftrightarrow(2a+3)x=-1\quad(2)$

Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khi $2a+3\neq 0\Leftrightarrow a\neq -\frac{3}{2}$. Khi đó, nghiệm của phương trình là $x=\frac{-1}{2a+3}$. Mà $x>0\Rightarrow \frac{-1}{2a+3}>0\Leftrightarrow 2a+3<0\Leftrightarrow a<-\frac{3}{2}$.

Chọn D.

Câu 89. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|+1=x^2+m$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** Không có m.

Lời giải. Phương trình $\Leftrightarrow |x|^2-|x|+(m-1)=0$

Đặt $t=|x|, t\geq 0$, phương trình trở thành $t^2-t+m-1=0\quad(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ $(*)$ có nghiệm duy nhất $t=0$.

Với $t=0$ là nghiệm của phương trình $(*)\Rightarrow 0^2-0+m-1=0\Leftrightarrow m=1$.

Thử lại, thay $m=1$ vào phương trình $(*)$, thấy phương trình có 2 nghiệm $t=0$ và $t=1$: Không thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 90. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $|mx+2x-1|=|x-1|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải. Ta có $|mx+2x-1|=|x-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx+2x-1=x-1\\ mx+2x-1=-(x-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}(m+1)x=0 & (1)\\ (m+3)x=2 & (2)\end{array}\right.$.

Xét (1), ta có:

• $m=-1$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

• $m\neq -1$ thì phương trình có nghiệm $x=0$.

Xét (2), ta có:

• $m=-3$ thì phương trình vô nghiệm.

• $m\neq -3$ thì phương trình có nghiệm $x=\frac{2}{m+3}$.

Vì $\frac{2}{m+3}\neq 0, \forall m\neq -3$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x=0$, $x=\frac{2}{m+3}$ khi $m\neq -1$ và $m\neq -3$.

Mà $m\in[-5;5]$ và $m\in\mathbb{Z}\longrightarrow m\in\{-5;-4;-2;0;1;2;3;4;5\}\to$ có 9 giá trị m. **Chọn B.**

Câu 91. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là:

A. $S=\{6;2\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{6\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải. $\sqrt{2x-3}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x-3=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=6.$ **Chọn C.**

Cách 2: thử đáp án.

Thay $x=2$ vào phương trình ta được $\sqrt{2.2-3}=2-3$ (sai).

Thay $x=6$ vào phương trình ta được $\sqrt{2.6-3}=6-3$ (đúng).

Vậy $x=6$ là nghiệm của phương trình.

Câu 92. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{x^2-4}=x-2$ là:

A. $S=\{0;2\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải. $\sqrt{x^2-4}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-4=x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$ **Chọn B.**

Cách 2: thử đáp án.

Thay $x=0$ vào phương trình ta được $\sqrt{0^2-4}=0-2$ (sai).

Thay $x=2$ vào phương trình ta được $\sqrt{2^2-4}=2-2$ (đúng).

Vậy $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 93. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện xác định của phương trình $2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$.

Ta có $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7}=(x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7}-(x+2)\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7}-(x+2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \sqrt{2x+7}=x+2 \ (1) \end{array}\right.$.

Giải phương trình (1): $\sqrt{2x+7}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 2x+7=(x+2)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=1, x=2$ nên tổng hai nghiệm của phương trình là $1+2=3$. **Chọn D.**

Câu 94. Phương trình $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải. Điều kiện xác định của phương trình $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$.

Từ phương trình đã cho ta được

$x^2-4x-2=x-2 \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$.

So với điều kiện $x>2$ thì $x=5$ là nghiệm duy nhất của phương trình. **Chọn A.**

Câu 95. Phương trình $\sqrt{2-x}+\frac{4}{\sqrt{2-x}+3}=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện xác định của phương trình $2-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 2$.

Từ phương trình đã cho ta được

$$\sqrt{2-x}\left(\sqrt{2-x}+3\right)+4=2\left(\sqrt{2-x}+3\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2-x}=x\Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ 2-x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ x^2+x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$$

So với điều kiện $x<2$ thì $x=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình. **Chọn B.**

Câu 96. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)^2+\dfrac{2x^2}{x-1}+m=0$ có đúng bốn nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải. Đặt $\dfrac{x^2}{x-1}=t\Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 1\\ x^2-tx+t=0\ (*)\end{cases}\to \begin{cases}1-t+t\neq 0\\ \Delta_t=t^2-4t\end{cases}$.

Với mỗi t thỏa $\Delta_t>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t<0\\ t>4\end{array}\right.$ thì $(*)$ có hai nghiệm x phân biệt.

Mặt khác phương trình đã cho trở thành:

$$t^2+2t+m=0\Leftrightarrow (t+1)^2=1-m\Leftrightarrow \begin{cases}m\leq 1\\ \left[\begin{array}{l}t=-1-\sqrt{1-m}<0\ (**)\\ t=-1+\sqrt{1-m}\end{array}\right.\end{cases}.$$

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm khi và chỉ khi (**) có hai nghiệm t phân biệt thỏa điều kiện $\Delta_t>0$ hay $\begin{cases}m<1\\ \left[\begin{array}{l}-1+\sqrt{1-m}<0\\ -1+\sqrt{1-m}>4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<1\\ \left[\begin{array}{l}1-m<1\\ 1-m>25\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m<-24\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 97. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1=0$ có nghiệm.

A. $m\in\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $m\in\left[\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

Lời giải. Đặt $x+\dfrac{1}{x}=t\to \begin{cases}|t|\geq 2\\ x^2+\dfrac{1}{x^2}=t^2-2\end{cases}$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $f(t)=t^2-2mt-1=0\ \ (*)$ (Phương trình này luôn có hai nghiệm phân biệt $t_1<0<t_2$ do $ac<0$). Do đó PT đã cho có nghiệm khi

và chỉ khi (*) có ít nhất một nghiệm t thỏa $|t|\ge 2$, hay ít nhất một trong hai số $2; -2$ phải nằm giữa hai nghiệm t_1, t_2; hay $\left[\begin{array}{l} f(2)\le 0 \\ f(-2)\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-4m\le 0 \\ 3+4m\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge \frac{3}{4} \\ m\le -\frac{3}{4} \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+\frac{4}{x^2}-4\left(x-\frac{2}{x}\right)+m-1=0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

A. $m<-8$. **B.** $-8<m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le -8$.

Lời giải. Đặt $x-\frac{2}{x}=t\Rightarrow \begin{cases} g(x)=x^2-tx-2=0\ (*) \\ x^2+\frac{4}{x^2}=t^2+4. \end{cases}$.

Phương trình $(*)$ có $ac<0$ nên có hai nghiệm phân biệt trái dấu với mọi $t\in\mathbb{R}$. Do đó $(*)$ nếu có nghiệm lớn hơn 1 thì có duy nhất một nghiệm như thế

$\Leftrightarrow x_1<1<x_2 \Leftrightarrow g(1)<0 \Leftrightarrow -t-1<0 \Leftrightarrow t>-1.$

Mặt khác phương trình đã cho trở thành $f(t)=t^2-4t+m+3=0\ (**)$. Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm x_1, x_2 lớn hơn 1 khi và chỉ khi $(**)$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 lớn hơn -1, hay $\begin{cases} \Delta'=4-m-3>0 \\ (t_1+1)(t_2+1)=t_1t_2+(t_1+t_2)+1>0 \\ t_1+t_2=4>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m>-8 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 99. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ có đúng hai nghiệm.

A. $m\in(3;4)$. **B.** $m\in\left(-\infty;2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. $m\in(4;+\infty)\cup\left\{2+\sqrt{3}\right\}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải. Ta có $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0.$ (1)

Đặt $t=x^2+2x+4\Rightarrow x^2+2x+4-t=0.$ (2)

Phương trình (1) trở thành $g(t)=t^2-2mt+4m-1=0.$ (3)

Phương trình (2) có nghiệm khi $\Delta'_{(2)}=t-3\ge 0\Leftrightarrow t\ge 3$. Khi $t=3$ thì phương trình (2) có nghiệm kép $x=-1$.

Phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi:

- **TH1:** Phương trình (3) có nghiệm kép lớn hơn 3.

Phương trình (3) có nghiệm kép khi $\Delta'_{(3)}=m^2-4m+1=0\Leftrightarrow m=2\pm\sqrt{3}$.

Với $m=2-\sqrt{3}\longrightarrow$ Phương trình (3) có nghiệm $t=2-\sqrt{3}<3$: Không thỏa mãn.

Với $m=2+\sqrt{3}\longrightarrow$ Phương trình (3) có nghiệm $t=2+\sqrt{3}>3$: Thỏa mãn.

- **TH2:** Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1<3<t_2$

$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 4m + 1 > 0 \\ g(3) = -2m + 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < 2 - \sqrt{3} \\ m > 2 + \sqrt{3} \end{array}\right. \\ m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$

Hợp hai trường hợp ta được $m \in (4; +\infty) \cup \left\{2 + \sqrt{3}\right\}$. **Chọn C.**

Câu 100. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + 2mx + 2m|x + m| + m^2 + 3 - 2m = 0$ có nghiệm.

A. $m \in (\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

B. $m \in (\infty; -3] \cup \left[\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $m \in [1; +\infty)$.

D. $m \in \left[\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải. Ta có $x^2 + 2mx + 2m|x + m| + m^2 + 3 - 2m = 0 \Leftrightarrow \left(|x + m| + m\right)^2 = m^2 + 2m - 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} |x + m| = -\sqrt{m^2 + 2m - 3} - m \ (1) \\ |x + m| = \sqrt{m^2 + 2m - 3} - m \quad (2) \end{array}\right. \end{cases}.$

Ta có $m^2 + 2m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$.

- Nếu $m \leq -3$, thì $\sqrt{m^2 + 2m - 3} - m \geq 0,$ suy ra (2) có nghiệm, do đó phương trình đã cho có nghiệm.
- Nếu $m \geq 1$ thì (1) vô nghiệm, do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và và chỉ khi (2) có nghiệm $\Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 2m - 3} - m \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \geq m^2 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{3}{2}$.

Vậy $m \in (\infty; -3] \cup \left[\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$. **Chọn B.**

○ Bài 03

PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

I – ÔN TẬP VỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by = c \qquad (1)$$

trong đó a, b, c là các hệ số, với điều kiện a và b không đồng thời bằng 0.

CHÚ Ý

a) Khi $a = b = 0$ ta có phương trình $0x + 0y = c$. Nếu $c \neq 0$ thì phương trình này vô nghiệm, còn nếu $c = 0$ thì mọi cặp số $(x_0; y_0)$ đều là nghiệm.

b) Khi $b \neq 0$, phương trình $ax + by = c$ trở thành

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \qquad (2)$$

Cặp số $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình (1) khi và chỉ khi điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng (2).

Tổng quát, người ta chứng minh được rằng phương trình bậc nhất hai ẩn luôn luôn có vô số nghiệm. Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình của phương trình (1) là một đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng tổng quát là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \qquad (3)$$

Trong đó x, y là hai ẩn; các chữ số còn lại là hệ số.

Nếu cặp số $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ thì $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ phương trình (3).

Giải hệ phương trình (3) là tìm tập nghiệm của nó.

II – HỆ BA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

Phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là

$$ax + by + cz = d,$$

trong đó x, y, z là ba ẩn; a, b, c, d là các hệ số và a, b, c không đồng thời bằng 0.

Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tổng quát là

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \qquad (4)$$

Trong đó x, y, z là ba ẩn; các chữ còn lại là các hệ số.

Mỗi bộ ba số $(x_0;y_0;z_0)$ nghiệm đúng của ba phương trình của hệ được gọi là một nghiệm của hệ phương trình (4).

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$ là:

A. $(x;y;z)=(5;3;3)$. **B.** $(x;y;z)=(4;5;2)$.

C. $(x;y;z)=(2;4;5)$. **D.** $(x;y;z)=(3;5;3)$.

Lời giải. Từ phương trình $x+y+z=11$ suy ra $z=11-x-y$. Thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ phương trình, ta được $\begin{cases} 2x-y+11-x-y=5 \\ 3x+2y+11-x-y=24 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x+y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$. Từ đó ta được $z=11-4-5=2$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(4;5;2)$. **Chọn B.**

Cách 2. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(4;5;2)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Câu 2. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=2 \\ z+2x=3 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải. Từ phương trình $z+2x=3$ suy ra $z=3-2x$. Thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ phương trình, ta được $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2(3-2x)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -4x+y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$.

Từ đó ta được $z=3-2.1=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;0;1)$. **Chọn D.**

Cách 2. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(1;0;1)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Câu 3. Bộ $(x;y;z)=(2;-1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây ?

A. $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 2x+6y-4z=-6 \\ x+2y=5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x-y+z=6 \\ 10x-4y-z=2 \end{cases}$.

Lời giải. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(2;-1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 4. Bộ $(x;y;z)=(1;0;1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây ?

A. $\begin{cases} 2x+3y+6z-10=0 \\ x+y+z=-5 \\ y+4z=-17 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x+7y-z=-2 \\ -5x+y+z=1 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ -x+y-z=-2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x+2y+z=-2 \\ x-y+z=4 \\ -x-4y-z=5 \end{cases}$.

Lời giải. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(1;0;1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ -x+y-z=-2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 5. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+z_0^2$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=14$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} 3x+y-3z=1 & (1) \\ x-y+2z=2 & (2) \\ -x+2y+2z=3 & (3) \end{cases}$.

Phương trình $(2)\Leftrightarrow x=y-2z+2$. Thay vào (1), ta được

$$3(y-2z+2)+y-3z=1\Leftrightarrow 4y-9z=-5. \quad (*)$$

Phương trình $(3)\Leftrightarrow x=2y+2z-3$. Thay vào (1), ta được

$$3(2y+2z-3)+y-3z=1\Leftrightarrow 7y+3z=10. \quad (**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$, ta có $\begin{cases} 4y-9z=-5 \\ 7y+3z=10 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$. Suy ra $x=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;1;1)\longrightarrow P=1^2+1^2+1^2=3$. **Chọn C.**

Câu 6. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0y_0z_0$.

A. $P=-40$. **B.** $P=40$. **C.** $P=1200$. **D.** $P=-1200$.

Lời giải. Ta có $\begin{cases} x+y+z=11 & (1) \\ 2x-y+z=5 & (2) \\ 3x+2y+z=24 & (3) \end{cases}$.

Phương trình $(3)\Leftrightarrow z=24-3x-2y$. Thay vào (1) và (2) ta được hệ phương trình

$\begin{cases} x+y+24-3x-2y=11 \\ 2x-y+24-3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-y=-13 \\ -x-3y=-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$. Suy ra $z=24-3.4-2.5=2$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(4;5;2) \longrightarrow P=4.5.2=40$. **Chọn B.**

Câu 7. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y+4=0 \\ 3x+y-1=0 \\ 2mx+5y-m=0 \end{cases}$ có duy nhất một nghiệm.

A. $m=\dfrac{10}{3}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-\dfrac{10}{3}$.

Lời giải. Từ hệ phương trình đã cho ta suy ra $\begin{cases} 2x+3y+4=0 \\ 3x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$.

Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y+4=0 \\ 3x+y-1=0 \\ 2mx+5y-m=0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi $(1;-2)$ là nghiệm của phương trình $2mx+5y-m=0$ tức là $2m.1+5.(-2)-m=0 \Leftrightarrow m=10$. **Chọn B.**

Câu 8. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=1 \\ my+z=1 \\ x+mz=1 \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1$.

Lời giải. Từ hệ phương trình đã cho suy ra $z=1-my$. Thay vào hai phương trình còn lại, ta được $\begin{cases} mx+y=1 \\ x+m(1-my)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx+y=1 \\ x-m^2y=1-m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1-mx \\ x-m^2(1-mx)=1-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-mx \\ (1+m^3)x=m^2-m+1 \end{cases}$.

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} 1+m^3=0 \\ m^2-m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m^2-m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

Chọn A.

Cách 2. Thử trực tiếp

Thay $m=-1$ vào hệ phương trình ta được hệ phương trình $\begin{cases} -x+y=1 \\ -y+z=1 \\ x-z=1 \end{cases}$.

Sử dụng MTCT ta thấy hệ vô nghiệm.

Câu 9. Một đoàn xe tải chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm ba loại, xe chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở $7{,}5$ tấn. Nếu dùng tất cả xe $7{,}5$ tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do xe 5 tấn chở ba chuyến và xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại ?

A. 18 xe chở 3 tấn, 19 xe chở 5 tấn và 20 xe chở $7{,}5$ tấn.

B. 20 xe chở 3 tấn, 19 xe chở 5 tấn và 18 xe chở $7{,}5$ tấn.

C. 19 xe chở 3 tấn, 20 xe chở 5 tấn và 18 xe chở $7{,}5$ tấn.

D. 20 xe chở 3 tấn, 18 xe chở 5 tấn và 19 xe chở $7{,}5$ tấn.

Lời giải. Gọi x là số xe tải chở 3 tấn, y là số xe tải chở 5 tấn và z là số xe tải chở $7{,}5$ tấn.

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo giả thiết của bài toán ta có $\begin{cases} x+y+z=57 \\ 3x+5y+7{,}5z=290 \\ 22{,}5z=6x+15y \end{cases}.$

Giải hệ ta được $x=20,\ y=19,\ z=18.$ **Chọn B.**

Câu 10. Có ba lớp học sinh $10A,\ 10B,\ 10C$ gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp $10A$ trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp $10B$ trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp $10C$ trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?

A. $10A$ có 40 em, lớp $10B$ có 43 em, lớp $10C$ có 45 em.

B. $10A$ có 45 em, lớp $10B$ có 43 em, lớp $10C$ có 40 em.

C. $10A$ có 45 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 43 em.

D. $10A$ có 43 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 45 em.

Lời giải. Gọi số học sinh của lớp $10A,\ 10B,\ 10C$ lần lượt là $x,\ y,\ z.$

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=128 \\ 3x+2y+6z=476 \\ 4x+5y=375 \end{cases}.$

Giải hệ ta được $x=40, y=43,\ z=45.$ **Chọn A.**